

УДК621.9.06.-229.331

А.А. ЯКИМОВ, канд. техн. наук, Одесса, Украина

УСЛОВИЕ ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ УПРУГОЙ СИСТЕМЫ СТАНКА ПРИ ШЛИФОВАНИИ КРУГАМИ С ПРЕРЫВИСТОЙ РАБОЧЕЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ

Теоретично виявлені умови утворення в пружній системі зубошліфувального верстата параметричного резонансу й шляхи його запобігання.

Теоретически выявлены условия образования в упругой системе зубошлифовального станка параметрического резонанса и пути его предотвращения.

The reasons of forming of self-reactance resonance and ways of its prevention in the resilient system of geargrinding machine are exposed in theory.

1. Постановка проблемы. Процесс шлифования сопровождается высокой теплонапряженностью. Под воздействием высоких температур на обрабатываемых поверхностях часто возникают прижоги, остаточные растягивающие напряжения и микротрещины. Для снижения температуры при шлифовании успешно применяются прерывистые круги [1]. Однако известны случаи, когда при прерывистом шлифовании развивались значительные колебания упругой системы станка, оказывающие отрицательное влияние на качество шлифованной поверхности. Это объясняется тем, что периодичность изменения контакта круга с деталью при прерывистом шлифовании приводит к периодическому изменению жесткости упругой системы станка и к ее параметрической неустойчивости. В связи с этим возникла необходимость выявить условия, приводящие к параметрической неустойчивости станка при прерывистом шлифовании.

2. Анализ последних исследований и публикаций. Исследования параметрической устойчивости упругой системы станков выполнены в

работах [2], [3], [4], [5], [6]. Однако в современной технической литературе ощущается недостаток информации, необходимой для расчета геометрических параметров прерывистых шлифовальных кругов, эксплуатация которых исключала бы появление в упругой системе станка явлений параметрического резонанса.

3. Цель исследования. Целью настоящей работы являются исследования, направленные на выявление связи параметрической неустойчивости упругой системы станка с геометрическими параметрами прерывистого шлифовального круга, к числу которых относятся количество выступов на абразивном инструменте и коэффициент прерывистости, численно равный отношению ширины впадины к длине режущего выступа.

4. Основные материалы исследования. В условиях прерывистого шлифования изменение жесткости осуществляется по периодическому кусочно-постоянному закону (по закону прямоугольного синуса). Во время контакта режущего выступа τ_1 с обрабатываемой деталью жесткость упругой системы равна $C_o + C_o \cdot \left(\frac{t_l}{t_\phi} - 1 \right) / 2$, а во время разрыва процесса резания $C_o - C_o \cdot \left(\frac{t_l}{t_\phi} - 1 \right) / 2$ (где t_l, t_ϕ – глубина резания, установленная по лимбу и фактическая глубина резания соответственно) (рис. 1,а).

Дифференциальное уравнение движения одномассовой системы по оси координат X , направленной перпендикулярно обрабатываемой поверхности, можно представить в виде (рис. 1,б):

$$\ddot{x} + 2 \cdot h \cdot \dot{x} + K_{ср}^2 \cdot (1 \pm \mu) \cdot x = 0, \quad (1)$$

где $\mu = \frac{\Delta K^2}{K_{\text{сред}}^2}$; h – величина, характеризующая затухание колебаний во времени, 1/сек; $K_{\text{сред}}$ – среднее значение собственной частоты, 1/сек;

$$K_{\text{сред}} = \sqrt{\frac{C_o}{m}}.$$

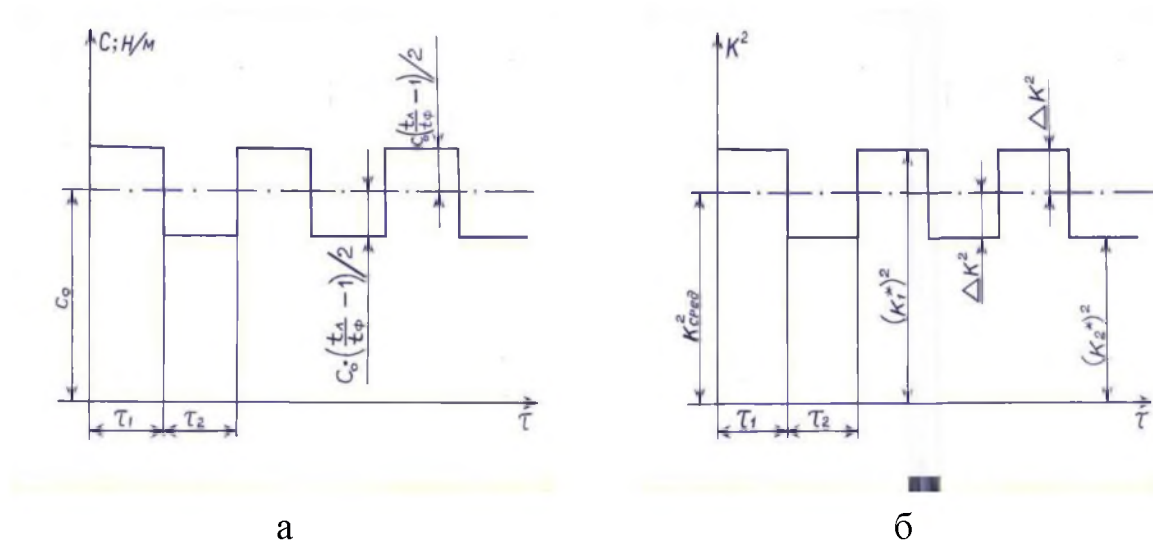


Рисунок 1 – Изменение жесткости C (а) и коэффициента K^2 (б) при прерывистом шлифовании

В виду того, что во время работы выступа τ_1 и во время разрыва резания τ_2 дифференциальное уравнение (1) имеет постоянные коэффициенты, можно воспользоваться способом припасовывания.

Рассмотрим какой-либо период $(\tau_1 + \tau_2)$ изменения коэффициента $K_{\text{сред}}^2$ и совместим с началом этого периода начало отсчета времени. Во время работы режущего выступа τ_1 дифференциальное уравнение (1) имеет вид

$$\ddot{x} + 2 \cdot h \cdot \dot{x} + K_{\text{сред}}^2 \cdot (1 + \mu) \cdot x = 0, \quad (2)$$

а во время разрыва процесса резания τ_2 соответственно будет

$$\ddot{x} + 2 \cdot h \cdot \dot{x} + K_{\text{срєд}}^2 \cdot (1 - \mu) \cdot x = 0. \quad (3)$$

Дифференциальные уравнения (2) и (3) с постоянными коэффициентами имеют решения

$$\begin{aligned} x_1 &= C_1 \cdot e^{-h \cdot \tau} \cdot \sin k_1 \cdot \tau + D_1 \cdot e^{-h \cdot \tau} \cdot \cos k_1 \cdot \tau \\ x_2 &= C_2 \cdot e^{-h \cdot \tau} \cdot \sin k_2 \cdot \tau + D_2 \cdot e^{-h \cdot \tau} \cdot \cos k_2 \cdot \tau \end{aligned} \quad (4)$$

где $(K_1)^2 = (K_1^*)^2 - h = K_{\text{срєд}}^2 + \Delta K^2 - h$

$$(K_2)^2 = (K_2^*)^2 - h = K_{\text{срєд}}^2 - \Delta K^2 - h$$

$$(K_1^*)^2 = K_{\text{срєд}}^2 + \Delta K^2, \quad (K_2^*)^2 = K_{\text{срєд}}^2 - \Delta K^2$$

$$K_{\text{срєд}}^2 = \frac{C_o}{m}; \quad \Delta K^2 = \frac{K_o}{2 \cdot m} \quad K_o = C_o \cdot \left(\frac{t_{\text{л}}}{t_{\phi}} - 1 \right),$$

K_o – жесткость резания [4;5]; m – приведенная масса;

$$K_1 = \sqrt{\frac{C_o}{m} + \frac{C_o \cdot \left(\frac{t_{\text{л}}}{t_{\phi}} - 1 \right)}{2 \cdot m} - h^2}, \quad K_2 = \sqrt{\frac{C_o}{m} - \frac{C_o \cdot \left(\frac{t_{\text{л}}}{t_{\phi}} - 1 \right)}{2 \cdot m} - h^2}.$$

В решениях (4) содержатся четыре постоянные C_1, D_1, C_2, D_2 , для определения которых необходимы четыре условия. Два условия относятся к моменту времени τ_1 , общему, как для времени работы режущего выступа, так и для времени разрыва резания.

В указанный момент должно быть

$$\begin{aligned} x_1(\tau_1) &= x_2(\tau_1), \\ \dot{x}_1(\tau_1) &= \dot{x}_2(\tau_1). \end{aligned} \quad (5)$$

После подстановки решений (4) в условия (5) получим

$$\begin{aligned} C_1 \cdot \sin k_1 \tau_1 + D_1 \cdot \cos k_1 \tau_1 &= C_2 \cdot \sin k_2 \tau_1 + D_2 \cdot \cos k_2 \tau_1 \\ C_1(-h \cdot \sin k_1 \tau_1 + k_1 \cdot \cos k_1 \tau_1) - D_1(h \cdot \cos k_1 \tau_1 + k_1 \cdot \sin k_1 \tau_1) &= \end{aligned} \quad (6)$$

$$= C_2(-h \cdot \sin k_2 \tau_1 + k_2 \cdot \cos k_2 \tau_1) - D_2(h \cdot \cos k_2 \tau_1 + k_2 \cdot \sin k_2 \tau_1)$$

Запишем еще два условия для момента времени $\tau_1 + \tau_2$

$$\begin{aligned} \lambda \cdot x_1(0) &= x_2(\tau_1 + \tau_2), \\ \lambda \cdot \dot{x}_1(0) &= \dot{x}_2(\tau_1 + \tau_2), \end{aligned} \quad (7)$$

в которых λ – некоторое, пока неизвестное число. Условиями (7) утверждается, что по истечении рассматриваемого периода $(\tau_1 + \tau_2)$ обобщенная координата и обобщенная скорость изменяются в λ раз. Соответственно этому движение в следующем периоде начнется при измененных в λ раз начальных условиях, т.е. будет повторять движение в рассматриваемом периоде, но в измененном в λ раз масштабе.

Если $|\lambda| > 1$, то колебания в каждом следующем периоде будут усиливаться, а если $|\lambda| < 1$, то они будут постепенно затухать.

Таким образом, устойчивость или неустойчивость упругой системы определяется значением модуля λ .

Подставив решения (4) в условия (7), получим

$$\begin{aligned} \lambda \cdot D_1 &= e^{-h(\tau_1 + \tau_2)} \cdot (C_2 \cdot \sin k_2(\tau_1 + \tau_2) + D_2 \cdot \cos k_2(\tau_1 + \tau_2)) \\ \lambda(C_1 \cdot k_1 - D_1 \cdot h) &= e^{-h(\tau_1 + \tau_2)} [C_2(-h \cdot \sin k_2(\tau_1 + \tau_2) + k_2 \cdot \cos k_2(\tau_1 + \tau_2)) - \\ &- D_2(h \cdot \cos k_2(\tau_1 + \tau_2) + k_2 \cdot \sin k_2(\tau_1 + \tau_2))] \end{aligned} \quad (8)$$

Четыре уравнения (6) и (8) образуют систему, однородную относительно постоянных C_1, D_1, C_2, D_2 . Отличные от нуля решения соответствуют случаю, когда равен нулю определитель, составленный из коэффициентов системы.

$$\begin{vmatrix} \sin k_1 \cdot \tau_1 & \cos k_1 \cdot \tau_1 & -\sin k_2 \cdot \tau_1 & -\cos k_2 \cdot \tau_1 \\ (-h \sin k_1 \tau_1 + k_1 \cos k_1 \tau_1) & -(h \cos k_1 \tau_1 + k_1 \sin k_1 \tau_1) & -(-h \sin k_2 + k_2 \cos k_2 \tau_1) & (h \cos k_2 + k_2 \sin k_2 \tau_1) \\ 0 & \lambda & -e^{-h(\tau_1 + \tau_2)} \cdot \sin k_2(\tau_1 + \tau_2) & -e^{-h(\tau_1 + \tau_2)} \cdot \cos k_2(\tau_1 + \tau_2) \\ \lambda \cdot k_1 & -\lambda \cdot h & -e^{-h(\tau_1 + \tau_2)}(-h \sin k_2(\tau_1 + \tau_2) + k_2 \cos k_2(\tau_1 + \tau_2)) & -e^{-h(\tau_1 + \tau_2)}(-h \sin k_2(\tau_1 + \tau_2) + k_2 \cos k_2(\tau_1 + \tau_2)) \end{vmatrix} = 0$$

Раскрывая определитель по элементам третьей строки, и проводя преобразования слагаемых, получим характеристическое уравнение:

$$\lambda^2 - 2L \cdot \lambda + M = 0 \quad (9)$$

где

$$L = \frac{e^{-h(\tau_1 + \tau_2)}}{h(k_2 + h \sin 2k_2 \tau_1)} \left[k_1^2 \sin k_1 \tau_1 \sin k_2 \tau_2 - \right. \\ \left. 2 \cdot k_1 \cdot k_2 \cdot \cos k_2 \tau_1 \cdot \cos k_1 \tau_1 \cdot \cos k_2 (\tau_1 + \tau_2) - \right. \\ \left. - k_2^2 \sin k_1 \tau_1 \sin (2 \cdot k_2 \tau_1 + k_2 \tau_2) \right], \quad (10)$$

$$M = \frac{k_1 k_2 e^{-2h(\tau_1 + \tau_2)} \cos [2(k_2 (\tau_1 + \tau_2))]}{h(k_2 + h \sin 2k_2 \tau_1)}, \quad (11)$$

$$\tau_1 = \frac{l_1}{V_{kp}}; \tau_2 = \frac{l_2}{V_{kp}}; l_1 = \frac{\pi \cdot D_{kp}}{n \cdot (1 + N)}; l_2 = \frac{\pi \cdot D_{kp}}{n \cdot \left(1 + \frac{1}{N}\right)}; N = \frac{l_2}{l_1},$$

l_1 – длина выступа; l_2 – ширина впадины; n – количество режущих выступов на шлифовальном круге; D_{kp} – диаметр круга; V_{kp} – скорость круга.

Корни характеристического уравнения (9):

$$\lambda_{1,2} = L \pm \sqrt{L^2 - M}.$$

Условие неустойчивости упругой системы станка:

$$|L| > \frac{1 + M}{2} \quad (12)$$

С использованием пакета прикладных программ «MAPLE-9.5» были произведены расчеты на предмет проверки соблюдения условия (12). Результаты расчетов представляют собой графические зависимости левой и правой частей условия неустойчивости (12) от количества прорезей n на шлифовальном круге и от отношения N длины впадин к длинам выступов.

На рис. 2 показаны примеры расчетно-графической проверки соблюдения неравенства (12), проведенной для различных условий шлифования.

На рис. 2 (в) поверхности, описывающие зависимости левой и правой частей неравенства (12) от геометрических параметров прерывистых кругов, не пересекаются, а на рис. 2 (а, б, г) – пересекаются. Области, соответствующие местам взаимного пересечения этих поверхностей, являются областями неустойчивой работы упругой системы станка.

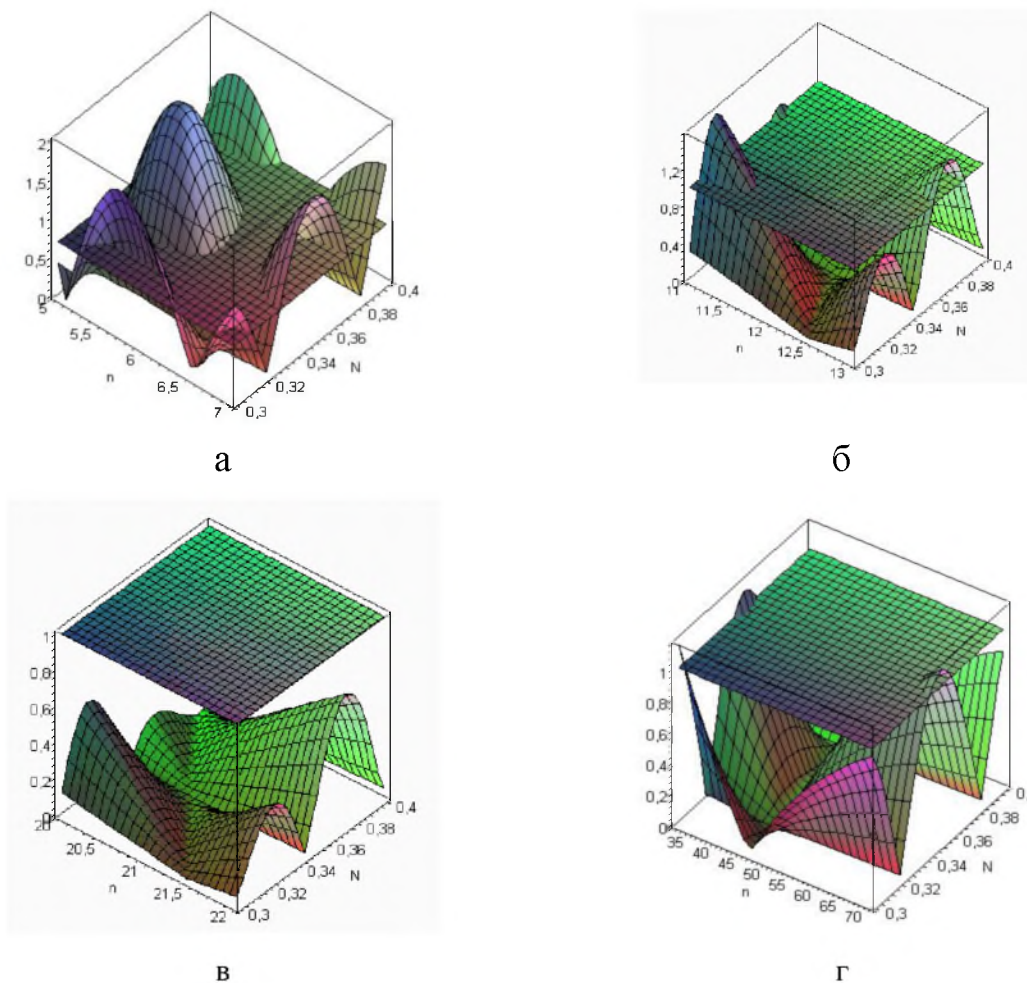


Рисунок 2 – Примеры зависимостей параметров L (нижняя поверхность)

и $\frac{M+1}{2}$ (верхняя поверхность) от количества прорезей на круге n

и от отношения длин впадин и длин выступов N

На рис. 3 заштриховані області представляють собою множини сочетаний геометрических параметров прерывистых кругов, при шлифовании которыми в упругой системе станка не будет возникать параметрический резонанс.

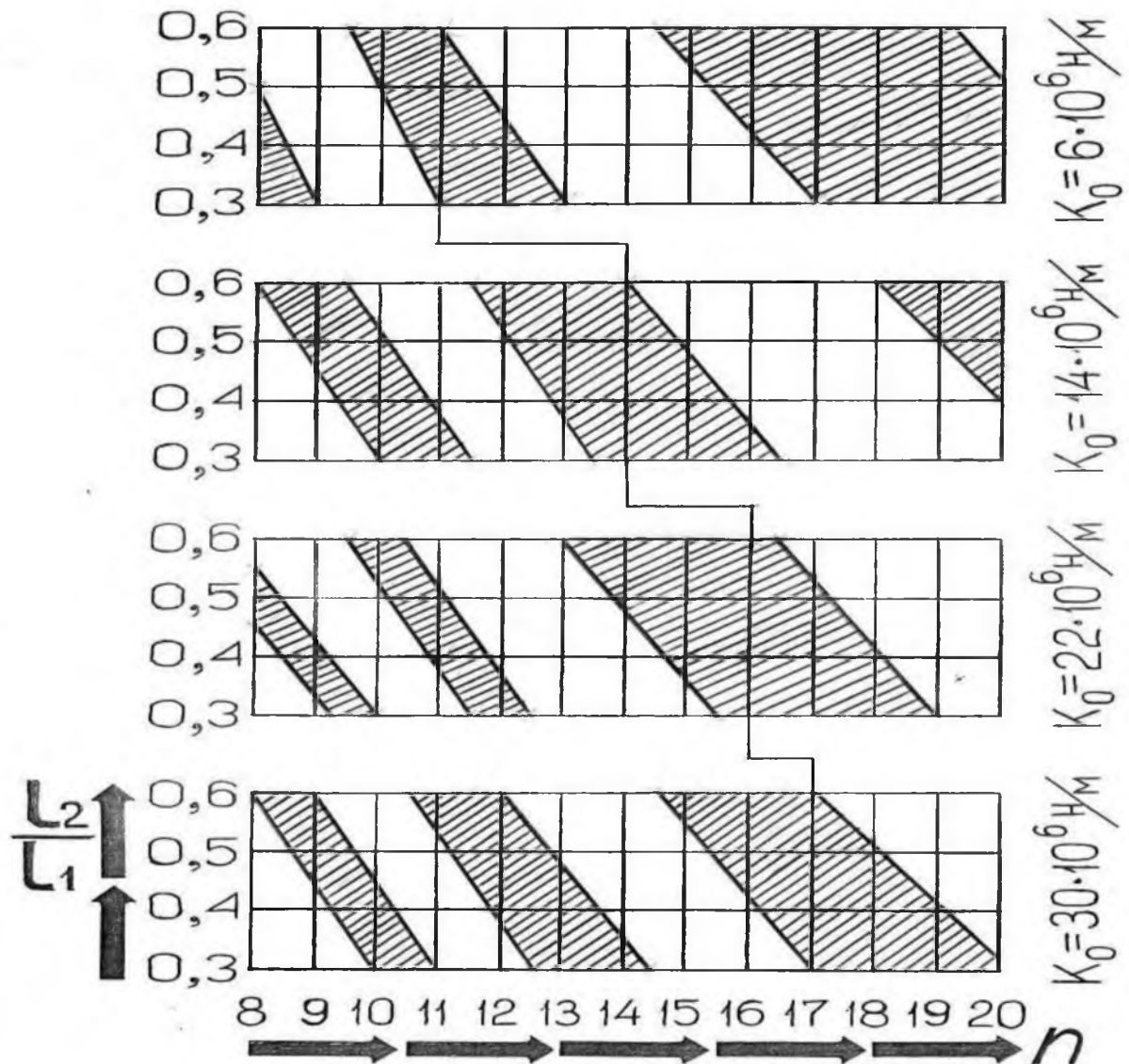


Рисунок 3 – Множество сочетаний количества режущих выступов n , их длин l_1 и расстояний между ними l_2 , обеспечивающих стабильную работу упругой системы при $C = 10,8 \cdot 10^6$, $V_{kp} = 35 \text{ м/с}$

Анализ рисунка 3 позволил построить кривые, представляющие собой геометрические множества точек, каждая из которых представляет собой такое сочетание количества режущих выступов n на прерывистом круге и жесткости резания K_o , при котором невозможно появление параметрического резонанса в упругой системе шлифовального станка (рис. 4).

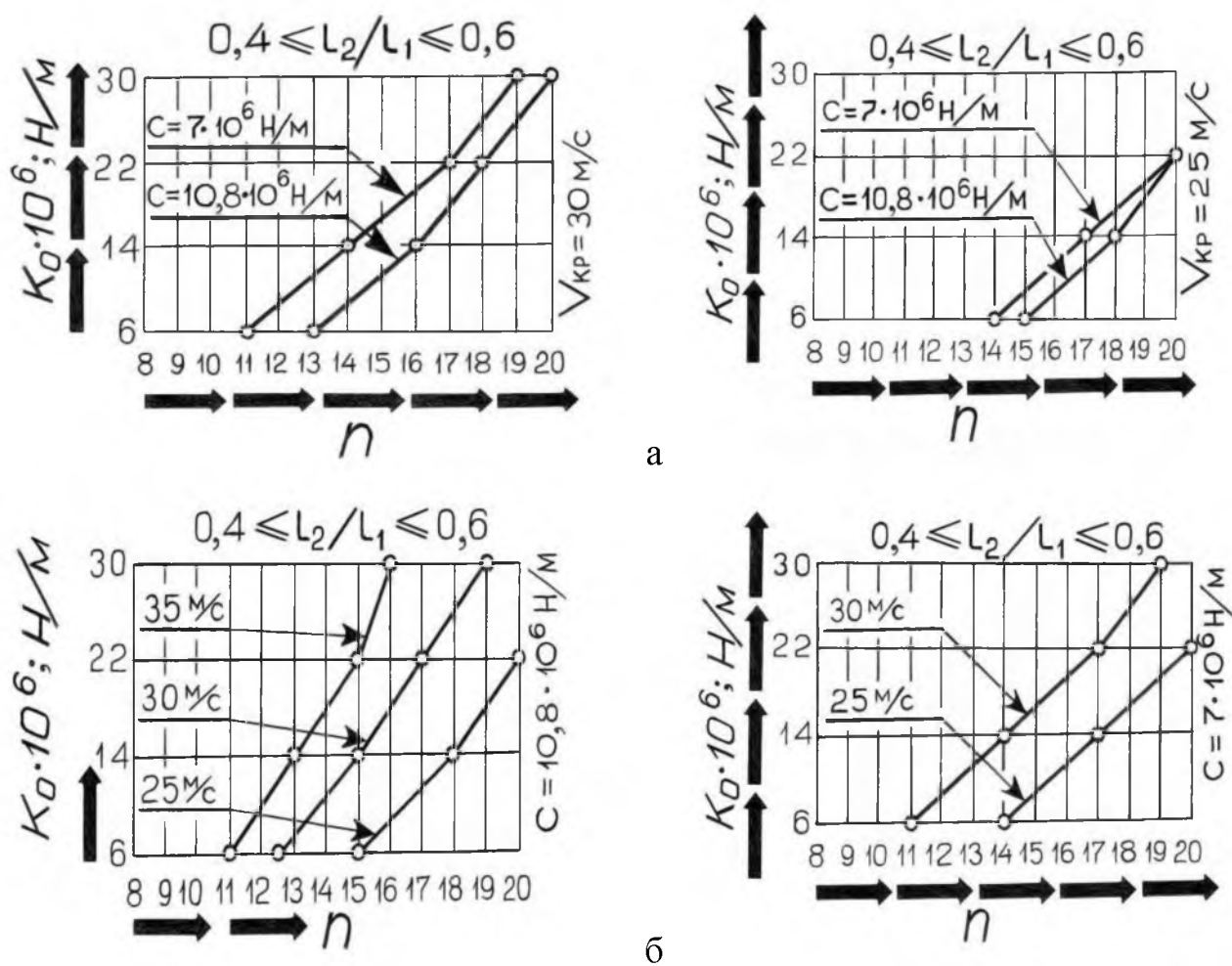


Рисунок 4 – Сочетания чисел режущих выступов n и жесткости резания K_o , обеспечивающие устойчивую работу упругой системы станка при различных C (а) и скорости круга V_{kp} (б)

Из рис. 12(а, б) видно, что для обеспечения стойкой работы упругой системы станка необходимо при уменьшении скорости вращения шлифовального круга увеличивать число режущих выступов на нем.

1. Выводы. Выявлено условие возникновения параметрического резонанса в упругой системе станка при шлифовании кругами с прерывистой рабочей поверхностью. Выявлены сочетания геометрических параметров прерывистых кругов, обеспечивающие устойчивую работу упругой системы шлифовального станка.

Список использованной литературы: 1. Лиценко Н.В., Ларишин В.П., Якимов А.В. Определение температуры прерывистого шлифования//Праці Одеського політехнічного університету: Науковий та науково-виробничий збірник.– Одеса, 2012. – Вип.2(39). – С. 80-85. 2. Оргиян А.А. Колебания и устойчивость упругих систем обточных, копировальных станков//Високі технології в машинобудуванні: Зб. наук. пр. НТУ «ХПИ». – 2000. – Вип. 1(3). – С. 184-190. 3. Оргиян А.А. Условие параметрической неустойчивости замкнутой динамической системы расточного станка//Резание и инструмент в технологических системах: Междунар. науч.-техн. сб. – Харьков, НТУ «ХПИ», 2006. – Вып.70. –С. 362-369. 4. Свирицев В.И., Паршаков А.Н., Потемкин В.И. Об устойчивости упругой системы плоскошлифовального станка //Повышение качества деталей на основе совершенствования окончательных методов обработки/Перм. государств. ун-т, 1977. С. 42-50. 5. Свирицев В.И. Повышение эффективности процессов шлифования за счет их динамической стабилизации.//Прогрессивные процессы и оборудование механической обработки деталей авиационной техники/КАИ, Казань, 1984. – С. 26-32. 6. Пановко Я.Г. Введение в теорию механических колебаний. М.: «Наука», 1971. – 240 с.